

# Metalogik 1: fullständighet

7,5 hp

VT 2014

## Beskrivning

Kursens tyngdpunkt ligger på *fullständighet* för satslogik och predikatlogik, dvs det faktum att alla logiskt sanna satser kan härledas i de vanliga härledningssystemen för dessa logiker (mer generellt, att alla logiska konsekvenser av givna premisser kan härledas från dem i dessa system). Predikatlogikens fullständighet visades först av Gödel (1930), men vi går igenom en bevismetod som härstammar från Henkin (1949), och som är intuitivt lätt att förstå och dessutom användbar för att visa fullständighet hos många andra logiska system, t ex i modallogik.

Vi börjar med en kort rekapitulation av syntax och semantik för sats- och predikatlogik, liksom av de vanligaste typerna av härledningssystem (metoden med semantiska träd eller tablåer, naturlig deduktion, Hilbertsystem). Därefter visar vi att satslogiken är fullständig; detta är det enklaste fallet, men metoden är densamma som den som sedan används för predikatlogik. Alla tekniska verktyg som behövs för att genomföra och förstå beviset i detalj kommer att gås igenom: elementär teori om mängder och funktioner, bevis med matematisk induktion, m m. Vi diskuterar också den filosofiska innebörden av fullständighetsresultat i logiken.

Under sista delen av kursen använder vi de begrepp och metoder som introducerats för att lägga ett *modellteoretiskt* perspektiv på logiken, dvs relationer mellan logiska satser och de modeller (tolkningar) i vilka de är sanna. På det viset får man en uppfattning om ett logiskt systems *uttryckskraft*. Beviset för fullständighetssatsen ger oss dessutom gratis några grundläggande resultat i modellteorin, kompakthetssatsen och Löwenheim-Skolems sats, och vi ser på några första tillämpningar av dessa.

## Förkunskaper

Kursen Logik (15 hp) *eller motsvarande kunskaper*. Till exempel: den som utan problem läst logikmomentet på grundkursen i teoretisk filosofi kan fortsätta med Metalogik 1. Vad som krävs är att man är bekant med predikatlogikens språk och känner till något härledningssystem för predikatlogik.

## Undervisning

Föreläsningar (8 stycken) måndagar kl 14–16 i institutionens ‘egen’ lokal, D734, med start den 27 januari. Övningar (4 stycken) enligt schema.

## Examination

I första hand inlämningsuppgifter som görs under kursens gång.

## Lärare

Dag Westerståhl, föreläsningar (dag.westerstahl -at- philosophy.su.se)

Eric Johannesson, övningar (eric.johannesson -at- philosophy.su.se)

## Kurslitteratur

I år består kurslitteraturen av föreläsninganteckningar av Dag Westerståhl. De har använts förut, men omarbetas nu till en bok. Boken blir klar under kursens gång, med (förhoppningsvis) god framförhållning. Den som vill kan komplettera med andra standardläroböcker som täcker delvis samma material. Här några möjliga förslag på relativt nya böcker (men det finns många fler):

- Volker Halbach, *The Logic Manual*, Oxford University Press, 2010. [Denna bok ger en bra presentation av *förutsättningarna* för Metalogik 1, dvs syntax, semantik, härledningssystem (naturlig deduktion) för sats- och predikatlogik, men går *inte* igenom fullständighetsresultaten.]
- Dirk van Dalen, *Logic and Structure*, Springer, 5th edition, 2013. [Boken täcker allt som går igenom under Metalogik 1 (och det mesta av Metalogik 2) och mycket mer därtill, men är kompakt skriven och förutsätter vana att läsa matematisk text.]
- Theodore Sider, *Logic for Philosophy*, Oxford University Press, 2010. [Denna bok avser täcka det en filosofistudent (vid ett amerikanskt universitet) behöver veta om logik. Kapitel 1–5 överlappar med Metalogik 1; fullständighet för satslogik går igenom, men inte för predikatlogik. Dessutom finns mycket om andra logiska system, framför allt modallogik.]
- G. Boolos, J. Burgess och R. Jeffrey, *Computability and Logic*, 5th edition (inte tidigare upplagor!), Cambridge University Press, 2007 och senare. [Denna bok, som vi tidigare haft som kurslitteratur, täcker både Metalogik 1 och Metalogik 2. Just avsnittet om predikatlogikens fullständighet (kap. 9–10 och 12–13) är lite onödigt krångligt, vilket är ett av skälen att vi inte längre använder boken. Men det finns mycket som är läsvärt i den.]
- Per Lindström, *First-order Logic*, Thales, 2011. [En underbart kort och (mycket) kompakt framställning, vars två första kapitel täcker predikatlogikens fullständighet. Dessutom mycket mer om modellteori. Svårsläst för nybörjaren.]